

## Modélisation des réseaux de microirrigation Modelling of a micro-irrigation network

L. Zella, A. Kettab et G. Chasseriaux

Volume 17, numéro 1, 2004

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/705522ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/705522ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (imprimé)

1718-8598 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Zella, L., Kettab, A. & Chasseriaux, G. (2004). Modélisation des réseaux de microirrigation. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 17(1), 49–68. <https://doi.org/10.7202/705522ar>

### Résumé de l'article

La microirrigation est une technique dont l'uniformité de distribution d'eau par les goutteurs est très sensible aux faibles variations de pression. Pour maîtriser ces variations, avec davantage de précision, le présent travail est basé sur une analyse hydraulique approfondie de l'écoulement aboutissant à des équations différentielles aux dérivées partielles dont la pression et la vitesse de l'eau sont des inconnues. Ces équations non linéaires sont résolues en utilisant la méthode d'intégration Runge-Kutta d'ordre quatre. Les modèles développés dans la présente étude permettent de simuler la dynamique de l'eau dans la rampe et dans le réseau et sont utilisés pour déterminer le dimensionnement optimal du réseau. Les résultats obtenus corroborent ceux publiés par d'autres auteurs ayant utilisé la méthode des volumes de contrôle ou la méthode des éléments finis.

# Modélisation des réseaux de micro-irrigation

## Modelling of a micro-irrigation network

L. ZELLA<sup>1</sup>, A. KETTAB<sup>2</sup>, G. CHASSERIAUX<sup>3</sup>

Reçu le 18 novembre 2002, accepté le 7 août 2003\*.

### SUMMARY

Micro-irrigation is recommended for use in arid and semi-arid countries such as Algeria. This method consists of accurately providing the right amount of water and mineral nutrients to the plant's root area. The goal is to provide water efficiently by applying it at the correct rate. However, irrigation efficiency is clearly a function of the uniformity of water application.

Micro-irrigation is a technique in which a delicate instrument known as an emitter (a terminal element of the network) operating with low pressure is used. The emitter, designed and manufactured with high precision, is a system with hydraulic laws and norms considered as a black box model that discharges water at atmospheric pressure. The emitter is an element of a network that constitutes a unit called a system or physical model. Water and mineral elements are delivered to a localized place, to the level of each plant by the emitters whose discharge is a function of lateral pressure. The precision of the dosage of irrigation, which must exactly satisfy the requirement for cultivation, depends fundamentally on the design of the network. It takes into account the pressure variations, which are due not only to head loss in the lateral branches of the network but also to the land slope and to the characteristics of the emitters. Water and air temperature and the possible plugging of the emitter orifice also influence the discharge of an emitter.

The network is designed to satisfy the water needs of all the plants. Uniformity of water distribution is a main criterion for network design. To understand the variations in water distribution with more precision, we based the present work on a hydraulic analysis focussed on the outflow. This approach yields differential equations in which the pressure and the velocity of water in the pipeline network are unknown; the uniformity of water distribution is largely dependent on these variables. The differential second-order equations obtained are non-linear and analytical resolution is impossible, due to the empirical relation of the discharge emitter and the energy loss relation. Thus, the solution is obtained by numerical methods using the Runge Kutta integration method. The conditions in the limit equation modelling the outflow in

1. Université de Blida, CRSTRA, ANDRU, Algérie, BP 30A Ouled Yaich-Blida, Algérie, Fax : 213 25431164, E-mail: lakhdarz@yahoo.fr.

2. École Nationale Polytechnique, El Harrach, Alger, E-mail : ketttab@yahoo.fr.

3. INH, UMR SAGAH, Angers, France.

\* Les commentaires seront reçus jusqu'au 30 septembre 2004.

the lateral pipes are different from those for the submain pipe. For the lateral pipes, the velocity of water at the extremity of the downstream region is inevitably minimal, as the whole region of discharge in the last pipe section is delivered by the last emitter where the pressure is minimal ( $H_{\min}$ ). The velocity and pressure are calculated step by step along the lateral pipe until the entrance of water into the network where the pressure is maximal ( $H_{\max}$ ). The algorithm developed to simulate the emitter discharge distribution from the lateral pipes is called the « RK » model, and when it includes the discharge in the submain pipe it is called the « RS » model. These two models are transcribed in Fortran language by a computer program that automates iterations and calculations. Twelve parameters are changed in turn, or per group according to the cases studied, and the choice of the optimal solution of the parameters includes: emitter coefficients ( $\alpha$ ,  $\gamma$  and  $C_{vf}$ ); length and diameter of lateral pipes; the submain and main network ( $L_r$ ,  $D_r$ ,  $L_s$ ,  $D_s$ ,  $L_p$ ,  $D_p$ ); the roughness of the pipes ( $C$ ); the spacing between the emitters ( $\Delta x_e$ ); the spacing between the lateral pipes ( $\Delta x_s$ ); and the water temperature. From these data of discharge and available pressure to the level of the parcel, the model precisely describes the distribution of the pressure and the discharges to all network emitters. In this case, the total discharge and the total required pressure, the uniformity of pressure and discharges are determined for each pattern of design. The combination of structural, functional and environmental factors is applied to guarantee an optimal exploitation taking into account the limits imposed by the specific norms for the micro-irrigation and the technical limits of velocity and pressure tolerance.

Parameters that influence variations in uniformity are numerous and variable, which is why it is not easy to integrate them into this phase of study. The proposed model has merit as it avoids the complex numerical method of finite elements, recommended by some researchers (BRALTS *et al.*, 1993; KANG and NISHIYAMA, 1994). The finite element method based on matrix structuring requires an important volume of iterations and calculations that could constitute a major constraint in the case of a large network. The model of BRALTS *et al.* (1993) is of particular interest in this regard; our results have been confronted with those obtained with their model. Thus, the models presented in this study permit the simulation of water dynamics in micro-irrigation networks and offer the opportunity to determine the optimal design for such networks. Optimization is based on the variation of twelve classical parameters plus the associated geometric structure of the network, which was shown to be a non-negligible parameter. Optimization would not only reduce irrigation water volumes, but also fertilizer use and pumping energy. The example illustrated in table 4 shows that although the networks deliver the same total discharge and have some similar design characteristics, the consumption of pumping energy changes from one geometric structure to another. Once a network is installed, it is impossible to change its design, so it is important to assure precision of the design calculations.

This work shows promise in the simulation of the optimal design of micro-irrigation networks and also constitutes an economic means of making decisions. Moreover, the modelling results can guide field experimentation to explore other methods. Micro-irrigation can potentially solve many water shortage problems, but it requires further research in the safe reuse of low quality water and wastewater, the development of long term sustainability and the minimization salt accumulation and drainage problems.

**Key words:** *micro-irrigation, emitter, lateral distribution, network, design, runge-kutta.*

## RÉSUMÉ

La micro-irrigation est une technique dont l'uniformité de distribution d'eau par les goutteurs est très sensible aux faibles variations de pression. Pour maîtriser ces variations, avec davantage de précision, le présent travail est basé sur une analyse hydraulique approfondie de l'écoulement aboutissant à des équations différentielles aux dérivées partielles dont la pression et la vitesse de l'eau sont des inconnues. Ces équations non linéaires sont résolues en utilisant la méthode d'intégration Runge-Kutta d'ordre quatre. Les modèles développés dans la présente étude permettent de simuler la dynamique de l'eau dans la rampe et dans le réseau et sont utilisés pour déterminer le dimensionnement optimal du réseau. Les résultats obtenus corroborent ceux publiés par d'autres auteurs ayant utilisé la méthode des volumes de contrôle ou la méthode des éléments finis.

**Mots clés :** *micro-irrigation, goutteur, rampe, réseau, modèle, dimensionnement, runge-kutta.*

## 1 – INTRODUCTION

### 1.1 Problématique de la micro-irrigation

En micro-irrigation (ml) l'eau est distribuée sous pression par un réseau ramifié totalement en matière plastique. Le réseau est composé, de l'amont à l'aval, d'une conduite principale alimentant une ou plusieurs conduites secondaires sur lesquelles sont branchées des rampes placées parallèlement à l'alignement de la culture. Les rampes portent l'élément terminal du réseau appelé distributeur, émetteur ou goutteur. Placé le plus souvent au pied du végétal, cet organe débite l'eau grâce à un orifice de très faible section à la pression atmosphérique. Chaque conduite secondaire dessert un ensemble de rampes, dit peigne, qui arrose une aire de 1 à 5 ha définissant l'unité du réseau de ml. L'ensemble des unités alimentées par la même conduite principale détermine le réseau entier dont la surface couverte peut avoisiner 20 à 30 ha (BRALTS *et al.*, 1987). Comme pour tout réseau de distribution d'eau, l'uniformité de répartition est le facteur déterminant de la performance du réseau et de l'efficience de l'arrosage. Cette uniformité est largement tributaire du dimensionnement du réseau. Sachant que les dimensions modifient les paramètres de l'écoulement (vitesse et pression) de l'eau dans les conduites ils modifient en conséquence la répartition spatiale de la distribution d'eau par l'ensemble des goutteurs du réseau. D'un bout à l'autre de chaque rampe du réseau, les différences de pressions, en absence de pente, peuvent être très importantes. Ces écarts, engendrés par les pertes de charge, induisent des variations de débit des goutteurs qui causent une hétérogénéité de distribution et donc d'alimentation en eau et en fertilisants de la culture. Ces déviations sont jugulées principalement par le choix approprié des caractéristiques du goutteur, des dimensions des conduites du réseau, de la structure géométrique du réseau et des facteurs d'exploitation (pression fournie en tête du réseau).

La recherche des facteurs structuraux et fonctionnels pour garantir une exploitation optimale du réseau est l'objectif majeur du dimensionnement. Cet objectif définit le réseau qui réalise un compromis entre la contrainte économique par le choix des conduites les plus réduites et la contrainte technique en assurant une distribution de pression qui génère une meilleure uniformité des débits des goutteurs. Bien que l'hétérogénéité des débits peut être atténuée par le choix de goutteurs auto-régulants capables de réduire les différences de pression, néanmoins le dimensionnement du réseau est cependant d'une nécessité incontournable.

Compte tenu des faibles débits assurés par les goutteurs, de minimes variations de pression (20 %) peuvent engendrer des écarts de débits (10 %), considérés comme une limite supérieure à ne pas dépasser, pour un réseau équilibré et performant (uniformité > 95 %). Une limite de tolérance est imposée au goutteur lui-même par le biais de son coefficient de variation technologique ( $C_{vt}$ ) qui ne doit pas excéder la valeur de 10 % (SOLOMON et DEDRICK, 1995). Il advient que pour maîtriser ces faibles variations, il est fondamental d'analyser correctement les phénomènes physiques du système dynamique représenté par le réseau de ml et de réaliser le processus de calcul de manière correcte et précise.

Les paramètres susceptibles d'influencer les variations de l'uniformité sont nombreux et variés, plus ils sont intégrés dans le modèle mathématique mieux ce dernier est proche du modèle physique naturel représenté par le réseau. Ces paramètres sont classés en trois catégories : les paramètres dimensionnels et structuraux (les caractéristiques du goutteur, les caractéristiques des conduites, écartement entre les goutteurs et entre les rampes et la structure géométrique du réseau), les paramètres fonctionnels (pression en tête du réseau) et enfin les paramètres environnementaux (pente du terrain, température de l'eau et de l'air, qualité de l'eau). Globalement, il y a douze paramètres maîtrisables sans compter les effets du bouchage des goutteurs et les effets de la température qui perturbent certes l'uniformité selon la double dimension du temps et de l'espace, mais demeurent des paramètres très aléatoires et difficiles à maîtriser. Cette analyse montre l'opportunité d'utiliser la simulation des scénarios de dimensionnement afin de pouvoir choisir la meilleure combinaison de ces paramètres. L'objectif de maximaliser la production agricole par le réseau de ml est étroitement liée à l'uniformité de distribution de l'eau, laquelle est dictée par le dimensionnement qui minimise la perte de charge.

## 1.2 Aspect théorique du dimensionnement

Depuis longtemps, les ingénieurs se sont familiarisés dans le cas des réseaux d'eau potable à la détermination de la charge totale d'une conduite dont la totalité du débit initial est distribué en route. La précision n'était pas de rigueur étant donné que les faibles variations de pression n'étaient pas dommageables. Sur la base de cette approche, CHRISTIANSEN (1942) élabore une procédure de calcul en considérant une rampe munie d'un nombre de goutteurs, similaires et équidistants et ayant un débit uniforme. La perte de charge d'une rampe est alors assimilée à celle d'une conduite sans sorties, affectée d'un coefficient de réduction, fonction du nombre de goutteur, estimé expérimentalement par le rapport de la perte de charge d'une rampe avec goutteurs et celle d'une conduite équivalente sans goutteurs. La méthode de

CHRISTIANSEN (1942) a été longtemps utilisée aussi bien dans le dimensionnement des réseaux d'aspersion que celui des réseaux de ml. Le choix des dimensions est arrêté sur la base du coefficient d'uniformité qui porte d'ailleurs son nom et en supposant l'écoulement turbulent sur toute la longueur de la conduite. Les hypothèses de cette méthode aboutissent inéluctablement à un dimensionnement approximatif et surévalué par rapport à d'autres méthodes (ZELLA et DANG, 1998 ; ZELLA et KETTAB, 2001).

L'essor qu'a connu la ml a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs à se pencher sérieusement sur la perfection des algorithmes et des processus de calcul relatifs au dimensionnement. Plusieurs modèles de calcul ont été développés mais la plupart ont basé leur analyse sur les hypothèses de CHRISTIANSEN (1942). KELLER et KARMELI (1974) ont établi un modèle sur la base du débit moyen, en subdivisant la rampe en tronçons de différentes sections et en adoptant un nouveau concept d'uniformité fonction du débit maximal et du débit minimal des goutteurs installés sur la rampe et du coefficient  $C_{vf}$ . Les hypothèses du débit moyen et de la rampe à diamètres différents ont constitué un sérieux handicap pour leur modèle. WU et GITLIN (1974) ont considéré l'uniformité en fonction de la pression maximale et la pression minimale de la conduite secondaire en introduisant la notion de ratio de perte de charge ou gradient hydraulique. La courbe représentant ce rapport est utilisée pour déterminer la pression sur la rampe, néanmoins la hauteur de l'énergie cinétique est négligée. Leur travail a cependant permis d'établir des abaques et nomogrammes qui ont longtemps servi pour le dimensionnement. JOBLING (VERMEIREN et JOBLING, 1983) a adopté la même démarche en introduisant le concept du débit unitaire variable et linéairement décroissant vers l'aval, cependant cette linéarité est une autre simplification. ZELLA et DANG (1998) et ZELLA (2000) ont repris la méthode de CHRISTIANSEN (1942) en considérant dans un premier temps la variabilité du régime d'écoulement et en second, la variabilité du débit du goutteur après une seule approximation, aboutissant à un modèle théorique relatif à la rampe dont l'approche n'est pas loin de celle de WU et YUE (1993) ayant repris la formulation de WU et GITLIN (1975) laquelle est basée sur l'hypothèse du débit uniforme. Cette dernière hypothèse nous permet de classer les modèles qui s'en réfèrent, de modèles classiques par opposition aux modèles récents basés sur une formulation mathématique complète du phénomène physique décrivant l'écoulement dans les rampes et les réseaux de ml. Ces modèles récents sont traduits par des équations émanant des lois universelles de la mécanique, en l'occurrence les lois de conservation de masse et de conservation d'énergie. En leur associant les conditions aux limites, ces équations permettent de caractériser avec fidélité et davantage de précision les paramètres de l'écoulement dans la rampe et par extension dans le réseau. Il s'agit d'équations différentielles aux dérivées partielles, non linéaires et ayant deux inconnues interdépendantes à savoir la pression et la vitesse de l'eau dans la conduite. Leur résolution analytique directe est rendue impossible du fait de leur non linéarité, ce qui a contraint la plupart des auteurs à l'utilisation des procédures d'itération ou d'approximations successives.

Plusieurs modèles dynamiques relatifs à la rampe et au réseau ont été publiés ces dernières années dont les différences résident dans les détails de leurs algorithmes, en revanche, le modèle numérique est souvent basé sur la méthode FEM. En utilisant cette méthode, MOKHTAR *et al.* (1991) ; KANG et NISHIYAMA (1994) ont établi des modèles de simulation du fonctionnement des

rampes de ml qui intègrent plusieurs paramètres tels que la pente et le bouchage. BRALTS et EDWARDS (1986) supposent que la méthode FEM est celle qui devrait être utilisée systématiquement pour solutionner ce type d'équations. Cette méthode est certes adaptée à ce type de problème, cependant sa complexité et sa lourdeur dans le cas du réseau constituant à notre point de vue une contrainte majeure. Pour contourner cet handicap, BRALTS *et al.* (1993) ; GUERRICH *et al.* (1996) ont introduit la notion du goutteur virtuel qui concentre plusieurs goutteurs en un seul. Ce principe a permis de porter le nombre de goutteurs de 12 000 à 80 goutteurs virtuels, ainsi le nombre des matrices et des itérations est substantiellement réduit et la convergence est rapide. Les modèles reposant sur la méthode FEM sont très sophistiqués et nécessitent une extrême rigueur dans l'élaboration des algorithmes. Les résultats obtenus par ces modèles ont été vérifiés par des modèles qui utilisent des algorithmes simples basés sur la méthode numérique des volumes de contrôle « CVM » (ZELLA *et al.*, 2003).

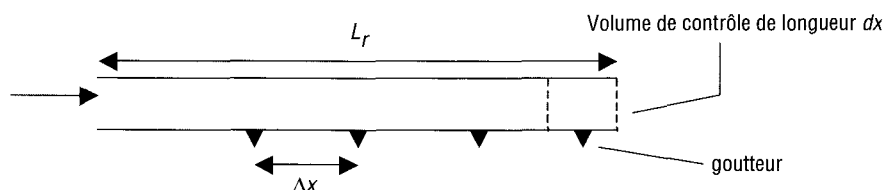
En considérant les mêmes hypothèses, le présent travail a pour objectif de proposer des algorithmes relativement simples basés sur la méthode d'intégration numérique Runge-Kutta d'ordre quatre, utilisée pour la résolution des modèles mathématiques développés pour le dimensionnement des réseaux de micro-irrigation. Le paramètre relatif à la structure géométrique du réseau est intégré dans le but de minimiser davantage les coûts liés à l'équipement.

## 2 – DÉVELOPPEMENT THÉORIQUE

### 2.1 Modèle mathématique

#### 2.1.1 Cas de la rampe

Une rampe de ml en service est considérée selon un plan horizontal (figure 1), elle comporte un nombre de goutteurs (NG) identiques et équidistants de  $\Delta x$ . Appliquons les lois de conservation d'énergie et de masse à un volume de contrôle de longueur  $dx$  choisi sur la rampe et comportant un goutteur de débit  $q_g$ .



**Figure 1** Schéma du volume de contrôle élémentaire de la rampe.  
*Elementary control volume on the lateral pipes.*

Le bilan massique réalisé entre les sections d'abscisse  $x$  et  $x+dx$  permet d'écrire l'égalité des débits :

$$Q_x = Q_{x+dx} + q_e \quad (1)$$

où  $Q_x$  est le débit entrant dans le volume de contrôle au niveau de l'abscisse  $x$  alors que  $Q_{x+dx}$  est le débit sortant au niveau de l'abscisse  $x+dx$  et soit  $q_e$  le débit du goutteur. Cette équation peut être écrite autrement :

$$Q_x = Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx + q_e \quad (2)$$

Après simplification, l'équation (2) devient :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx = -q_e \quad (3)$$

sachant que  $Q_x = V_x A$ , où  $V_x$  est la vitesse de l'eau au point  $x$  et  $A$  la section droite de la rampe, l'équation (3) s'écrit :

$$A \frac{\partial V_x}{\partial x} dx = -q_e \quad (4)$$

Le débit  $q_e$  est évalué par l'équation caractéristique du goutteur.

$$q_e = \alpha H^y \quad (5)$$

En remplaçant le débit du goutteur  $q_e$  par son expression (5) où  $\alpha$  est un coefficient dimensionnel de l'orifice du goutteur et  $y$  est un exposant lié au régime d'écoulement,  $H_x = H$  étant la charge à laquelle est soumis le goutteur, l'équation (4) devient :

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = -\alpha \frac{H^y}{A dx} \quad (6)$$

Le bilan énergétique du volume élémentaire de la rampe permet d'écrire l'équation :

$$E_x = E_{x+dx} + hf \quad (7)$$

où  $E_x$  et  $E_{x+dx}$  représentent l'énergie totale du liquide aux points  $x$  et  $x + dx$ , et  $hf$  est la perte d'énergie entre  $x$  et  $x + dx$ . Le développement de l'équation (7) donne :

$$h + z + \frac{V_x^2}{2g} = \left( h + \frac{\partial h}{\partial x} dx \right) + \left( z + \frac{\partial z}{\partial x} dx \right) + \frac{1}{2g} \left( V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right)^2 + hf \quad (8)$$

où  $h$  représente l'énergie de pression hydrostatique,  $z$  est l'énergie de position due à l'altitude,  $V_x^2 / 2g$  est l'énergie cinétique et  $g$  est l'accélération de pesanteur. En développant l'équation (8) et en substituant la somme  $h + z$  par la hauteur piezométrique  $H$ , on trouve :



$$H + \frac{V_x^2}{2g} = H + \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{1}{2g} \left( V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right)^2 + hf \quad (9)$$

Après développement et simplification de l'équation précédente, on aboutit à :

$$\frac{\partial H}{\partial x} dx + \left( \frac{V_x}{g} \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right) + \frac{1}{2g} \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right)^2 + hf = 0 \quad (10)$$

Les vitesses aux extrémités de l'élément  $dx$  ne sont pas très différentes d'où  $V_x = V_{x+dx}$ , ainsi la variation de vitesse est nulle et les quantités entre parenthèses de l'équation (10) sont donc négligées d'où :

$$\frac{\partial H}{\partial x} dx + hf = 0 \quad (11)$$

En remplaçant la perte de charge linéaire  $hf$  par son expression (12), l'équation (11) devient :

$$hf = aV_x^m \quad (12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} dx = -aV_x^m \quad (13)$$

En régime d'écoulement laminaire,  $R_e = VD/v < 2300$ , l'exposant  $m = 1$  et le coefficient de perte de charge  $a$  est donné par l'expression de Poiseuille :

$$a = \frac{32v}{gD_r^2} \quad (14)$$

où  $v$  est le coefficient de viscosité cinématique et  $D_r$  est le diamètre intérieur de la rampe.

En régime d'écoulement turbulent,  $R_e > 2300$ , selon Hazen-William (CARLIER, 1980) l'exposant  $m = 1,852$  et le coefficient  $a$  est évalué par :

$$a = \frac{K}{C^m A^{0,5835}} \quad (15)$$

où  $C$  est le coefficient de Hazen-William caractérisant la rugosité de la paroi et  $K$  un coefficient de proportionnalité égal à 5,885 selon Hazen-William (BRALTS et al., 1993).

Les coefficients d'uniformité de distribution de la pression ( $C_{uH}$ ) et du débit ( $C_{uq}$ ) au niveau des goutteurs sont exprimés par les relations statistiques du coefficient d'uniformité :

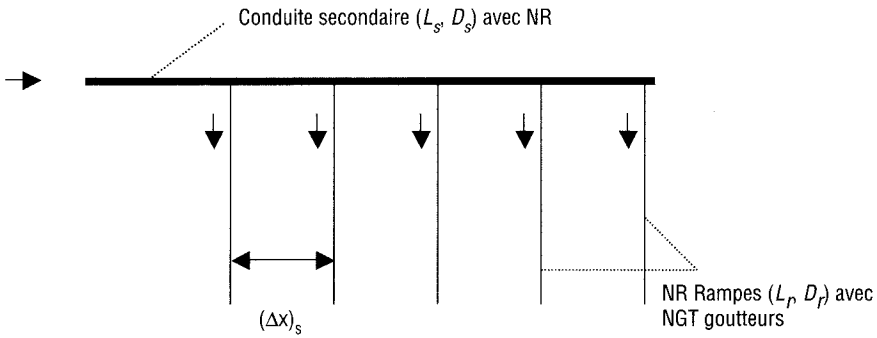
$$C_{uH} = 100(1 - C_{vH}) \quad (16)$$

$$C_{uq} = 100(1 - C_{vq}) \quad (17)$$

où  $C_{vH}$  et  $C_{vq}$  correspondent aux coefficients de variation de pression et du débit, évalués respectivement par le rapport de l'écart type et de la valeur moyenne de la pression ou du débit.

### 2.1.2 Cas du réseau

En considérant un réseau de ml ayant une structure géométrique asymétrique (figure 2) dont les caractéristiques dimensionnelles principales sont l'équidistance entre les goutteurs et entre les rampes et l'horizontalité de toute la structure. La procédure d'analyse précédemment décrite dans le cas de la rampe est extrapolée au cas du réseau, ainsi deux systèmes d'équations sont définis, l'un décrivant l'écoulement dans des rampes similaires dotées de goutteurs identiques et l'autre décrivant l'écoulement dans la conduite secondaire qui alimentent en eau l'ensemble des rampes de longueurs identiques.



**Figure 2** Schéma du réseau de micro-irrigation, cas 1.  
*Micro-irrigation network, case 1.*

L'écoulement dans la rampe est représenté par le système d'équations (6) et (13) :

L'écoulement dans la conduite secondaire est décrit par le système d'équations :

$$\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)_s = \left(\frac{Q_R}{A dx}\right)_s \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_s = (-a V^m)_s \quad (19)$$

L'indice  $(r)$  et  $(s)$  renvoie respectivement à la rampe et à la conduite secondaire,  $Q_r$  étant le débit à l'amont de la rampe  $(Q_r)_{\max}$  qui est l'équivalent du débit dans le tronçon de la conduite secondaire  $(Q_s)_x$  de section droite  $A_s$ . Lors de la discrétisation, l'élément  $dx$  est remplacé, selon le cas par  $\Delta x_r$  et  $\Delta x_s$  qui représentent l'écartement entre les goutteurs et celui entre les rampes.

## 2. 2 Procédure de résolution et tests de convergence

Les formes finales des équations (6) et (13) représentent le modèle dynamique appelé « RK », ce dernier simule le fonctionnement hydraulique d'une rampe de ml répondant aux hypothèses annoncées précédemment. Pour la résolution de ce système d'équations différentielles du premier ordre, aux dérivées partielles et non linéaires dont  $H$  et  $V$  sont les inconnues, les conditions aux limites suivantes sont considérées. À l'extrémité aval de la rampe, la vitesse de l'eau est nulle notée  $V(L) = 0$  et la pression est  $H(L) = H_{\min}$  et à l'extrémité amont, la vitesse est  $V(0) = V_{\max}$  et la pression est  $H(0) = H_{\max}$ . En fixant  $H_{\min}$ , et en effectuant un calcul récurrent (principe back step) la grandeur  $H_{\max}$  est déterminée, en revanche si le calcul est poursuivi depuis l'amont (principe forward step), la pression  $H_{\max}$  est fixée et  $H_{\min}$  est déterminée. La résolution mathématique approchée de ces équations est basée sur la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre. Cette méthode généralise la formulation d'Euler dont le fondement réside dans la méthode d'intégration de Simpson (THEODOR, 1989). Son principe consiste à discrétiser les équations différentielles et à calculer la courbe intégrale en automatisant le calcul grâce à la programmation informatique. Le critère ( $\varepsilon$ ) choisi comme le seuil de l'arrêt des itérations représente la valeur de la convergence à laquelle les valeurs de l'erreur relative à la pression,  $E_{rH}$  et celle relative à la vitesse  $E_{rV}$  tendent. Elles sont évaluées par ces expressions :

$$E_{rH} = \frac{H_i^{K+1} - H_i^K}{H_i^{K+1}} \leq \varepsilon \quad (20)$$

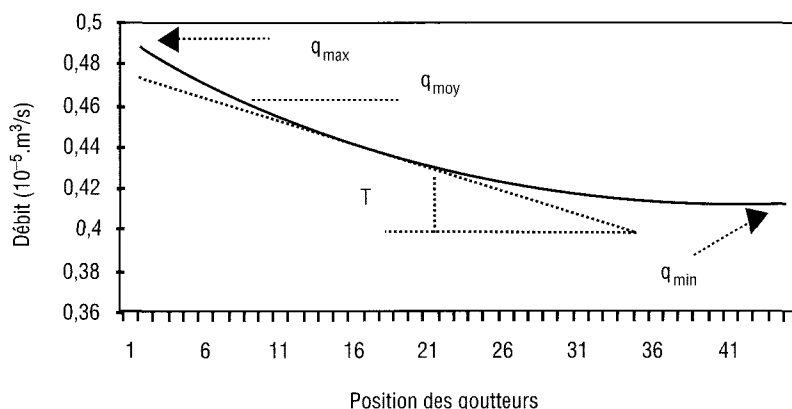
$$E_{rV} = \frac{V_i^{K+1} - V_i^K}{V_i^{K+1}} \leq \varepsilon \quad (21)$$

Les d'équations (6), (13), (18) et (19) décrivent l'écoulement dans tout le réseau et définissent le modèle de simulation « RS ». En se donnant une première valeur de  $H_{\min}$ , la première valeur de  $H_{\max}$  est calculée par les équations (6) et (13) et correspond à  $(Q_{\max})_r = (Q_s)_x$ , puis en utilisant les équations (18) et (19), la deuxième valeur de  $H_{\max}$  et de  $V_{\max}$  sont calculées, ces valeurs subissent le test de convergence. En utilisant l'approximation linéaire, on arrive à faire correspondre à  $H_{\max}$  un débit  $Q_{s\max}$ . Le processus itératif est poursuivi depuis la dernière rampe du réseau munie de NG goutteurs jusqu'à l'extrémité amont de la conduite secondaire en intégrant l'ensemble des NR rampes. Sur la base du débit nominatif  $q_n$  du goutteur installé, le débit moyen du réseau  $Q_{moy}$  est estimé en multipliant le débit nominatif par le nombre total des goutteurs NGT, ce débit moyen est alors distribué sur les NGT goutteurs sur la base des équations du modèle RS. Ce dernier donne le débit total  $Q_T \equiv Q_{moy}$  et la pression totale  $H_T$  requise en tête du réseau.

### 3 – RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

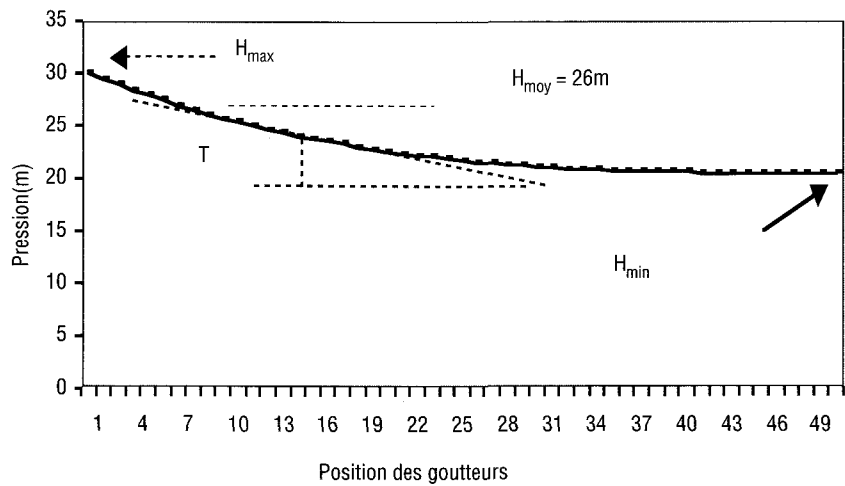
#### 3.1 Cas de la rampe

Le modèle RK est appliqué à une rampe de ml munie d'un nombre de goutteurs  $NG = 50$ , dont les caractéristiques  $\alpha = 3,3$  pour  $q_e$  exprimé en l/h et  $\alpha = 9,14 \cdot 10^{-7}$  pour  $q_e$  exprimé en  $m^3/s$ , l'exposant de l'équation du goutteur est  $y = 0,5$ . L'écartement entre les goutteurs est  $\Delta x_r = 5$  m. La rampe, placée en position horizontale (pente nulle) a une longueur  $L_r = 250$  m et un diamètre intérieur  $D_r = 15,2$  mm. Le coefficient de rugosité  $C = 150$  et la viscosité de l'eau est  $\nu = 10^{-6}$   $m^2/s$  correspondant à une température de 20 °C. La pression en tête de rampe est fixée à  $H_{max} = 30$  m et les résultats obtenus après exécution du programme informatique du modèle RK avec  $\varepsilon = 0,1$  % sont présentés par les figures 3 et 4.



**Figure 3** Distribution du débit des goutteurs sur la rampe.  
*Distribution of emitter discharges along the lateral pipes.*

Cette distribution permet de connaître le débit de chaque goutteur et notamment les valeurs particulières correspondant au débit maximal du goutteur à l'amont de la rampe  $q_{max} = 18,07$  l/h, au débit minimal  $q_{min} = 14,91$  l/h du dernier goutteur et au débit moyen  $q_{moy} = 17$  l/h. La différence entre les deux débits extrêmes représente 3,16 l/h soit un  $q_{var} = 17,5$  % provoqué par un écart de pression de 9,57 m ou  $H_{var} = 31,9$  %. La pression moyenne sur la rampe est évaluée à 26 m d'où  $q_{moy} = 17$  l/h délivré par le 10<sup>e</sup> goutteur au 1/5 de  $L_r$ , les 40 goutteurs restants ont un débit inférieur à  $q_{moy}$ .



**Figure 4** Distribution de la pression sur la rampe ( $L_r = 250$  m,  $D_r = 15,2$  mm, NG = 50).  
*Pressure distribution along the lateral pipes.*

Plus l'écart entre  $q_{max}$  et  $q_{min}$  est grand, plus la pente de la tangente (angle T) est grande et plus la variation du débit est importante correspondant à une faible uniformité de débit ( $C_{uq}$ ). L'angle T dans la courbe du débit est relativement plus petit que celui de la courbe de pression, la variation du débit étant moins importante que celle de la pression. Les mêmes courbes peuvent être obtenues en initiant le calcul selon le principe (back step). Les courbes ayant un angle T davantage plus faible ( $C_{uq}$  élevé) avec les dimensions de canalisation les plus réduites sont potentiellement retenues lors de l'optimisation.

**Tableau 1** Comparaison des résultats obtenus par les trois modèles.

**Table 1** Comparison of results given by three lateral models.

Modèles	RK (ZELLA <i>et al.</i> , 2003)	CVM	FEM (BRALTS <i>et al.</i> , 1993)
Paramètres calculés*			
$V_{max}$ (m/s)	1,20	1,99	–
$H_{max}$ (m)	30,00	30,00	30,00
$H_{min}$ (m)	20,43	20,30	20,30
$C_{uq}$ (%)	94,32	94,22	94,00
$C_{uH}$ (%)	88,36	88,15	88,00
Itérations	3,00	2,00	15,00

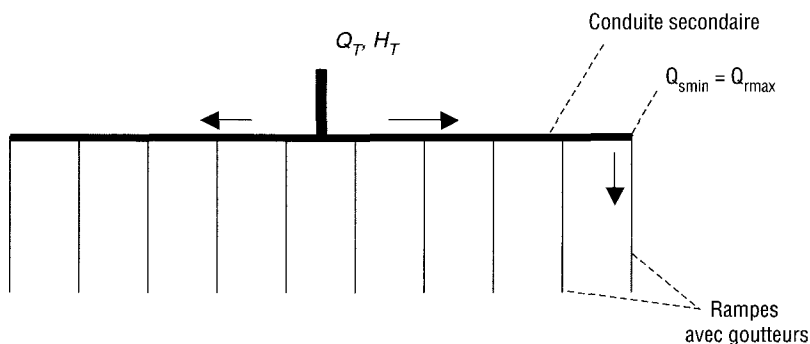
\*  $L_r = 250$  m,  $D_r = 15,2$  mm et NG = 50.

De très faibles différences, de l'ordre de 1 % pour la vitesse et 0,6 % pour la pression sont observées en comparant les valeurs du tableau I. Il s'avère que le modèle RK minimise davantage la perte de charge dans la rampe, cette dernière est évaluée à 9,698 m par le modèle CVM contre 9,565 m par le modèle RK et 9,7 m par le modèle FEM. Outre cette précision, le modèle RK se caractérise par une rapidité de la convergence vers la solution. Le programme du modèle RK est testé pour plusieurs valeurs de diamètre  $D_r$ , de longueur  $L_r$  ainsi que différentes valeurs de  $H_{min}$  et  $H_{max}$ . Les tableaux II et III présentent quelques paramètres essentiels ( $C_{uq}$ ,  $C_{uH}$ ,  $H_{var}$  et  $q_{var}$ ) permettant le choix du diamètre optimal et de la longueur optimale de la rampe. Les douze paramètres peuvent être testés et tour à tour variés lors du calcul, néanmoins si la sur-paramétrisation du modèle théorique le rapproche davantage au modèle réel physique, le volume de calcul et les risques d'erreurs deviennent importants. Ainsi, le nombre de combinaisons aboutissant à des scénarios de dimensionnement est élevé et le volume de calcul est tellement important qu'il est difficile de le réaliser sans l'apport de ce type de modèles. Le programme est élaboré pour permettre les calculs selon deux types d'approximation, l'une linéaire et l'autre parabolique. Les résultats selon ces deux approches sont similaires. L'examen de l'évolution du nombre de Reynolds  $R_e$  le long de la rampe permet de situer les tronçons soumis au régime turbulent et ceux soumis au régime laminaire. Ce dernier se manifeste à l'aval sur une portion de 10 % de  $L_r$  où les vitesses de l'eau sont assez faibles pour favoriser la sédimentation des matières en suspension contenues dans l'eau d'irrigation et accentuer ainsi la vulnérabilité des goutteurs au bouchage. L'apparition de ce dernier phénomène diminue à l'évidence l'uniformité de distribution des débits.

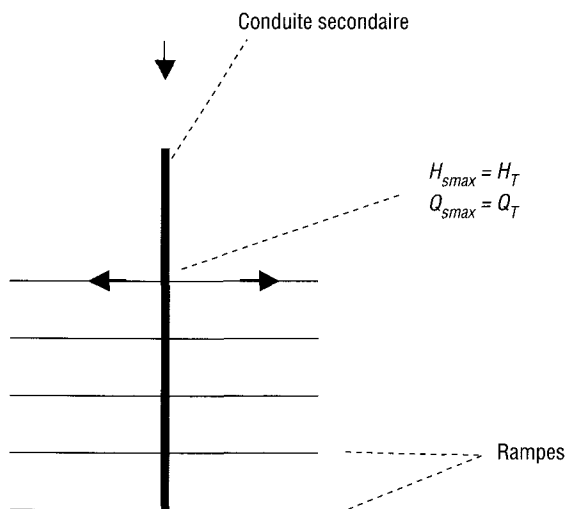
**Tableau 2**    Principaux paramètres en fonction du diamètre  $D_r$   
**Table 2**    *Variation in model parameters as a function of the diameter of the lateral pipes  $D_r$ .*

$D_r$ (mm)	10	12	15	17	20	25
$C_{uH}$ (%)	34,30	66,72	87,62	93,13	96,85	98,93
$C_{uq}$ (%)	68,73	84,17	93,97	<b>96,62</b>	98,43	99,47
$H_{max}$ (m)	28,15	29,99	29,99	29,63	29,82	29,93
$H_{min}$ (%)	4,66	11,05	19,98	23,76	26,87	28,88
$H_{var}$ (%)	83,44	63,15	33,37	<b>19,84</b>	9,89	3,50
$q_{max}$ (l/h)	17,45	17,65	17,84	17,89	17,96	18,00
$q_{min}$ (l/h)	7,10	10,93	14,68	16,02	17,05	17,68
$q_{var}$ (%)	59,31	38,03	17,67	<b>10,46</b>	5,21	1,76
$V_{max}$ (m/s)	1,70	1,57	1,22	1,01	0,76	0,50

\*  $L_r$  = 250 m et NG = 50.



**Figure 7** Réseau de micro-irrigation de structure symétrique, cas 2.  
*Micro-irrigation network with symmetrical structure, case 2.*



**Figure 8** Réseau de micro-irrigation de structure en double peigne, cas 3.  
*Micro-irrigation network with a double-comb structure, case 3.*

La pression exigée par ce type de structure est  $H_T = 30,93$  m,  $V_{smax} = 1,8$  m/s et l'uniformité globale de 96,3 % pour le diamètre  $D_s = 40$  mm. Il apparaît que la structure en double peigne relative au cas 3 n'apporte pas de changements au niveau des paramètres hydrauliques du réseau et que les résultats sont sensiblement identiques à ceux du cas 2. En revanche, en augmentant le nombre de rampes à 20 (NGT = 1000), le réseau nécessite un débit  $Q_T = 47,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  et  $H_T = 44,23$  m. Si on augmente le nombre de rampe NR = 50 pour couvrir une superficie de 6,2 ha, la nouvelle pression est  $H_T = 38,57$  m,  $V_{smax} = 2,34$  m/s et le débit total  $Q_T = 1175,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$  pour un diamètre  $D_s = 80$  mm et une uniformité égale à 96 %. Le programme ne converge pas pour des valeurs de  $D_s$  inférieures à 80 mm. L'équipement d'une

superficie de 12,5 ha nécessitant  $NR = 100$  ( $NGT = 5000$ ), exige une pression  $H_T = 59,53$  m et un débit  $Q_T = 2361,30 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ . Le tableau 4 illustre l'influence de la structure sur l'optimisation du réseau qui équipe une superficie de 1,25 ha, de longueur 250 m et de largeur 50 m.

**Tableau 4** Caractéristiques du réseau en fonction de sa structure géométrique.

**Table 4** Network characteristics and relationships with its geometric structure.

Caractéristiques*	(cas 1)	(cas 2)	(cas 3)	(cas 3+)
$Q_T$ ( $10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ )	23,57	23,57	23,57	23,57
$H_T$ (m)	36,01	35,57	34,20	33,30
$V_{\text{smax}}$ (m)	1,87	0,94	1,87	1,87
$C_{\text{UG}}$ (%)	94,50	95,20	96,33	98,10
$L_r$ (m)	250	250	125	25
$L_s$ (m)	50	50	50	250
NG	50	50	25	5
NR	10	10	20	100
NGT	2500	2500	2500	2500

\* $D_r = 15,2$  mm et  $D_s = 40$  mm.

Ces résultats montrent que les réseaux bien qu'ils délivrent un même débit total  $Q_T$  et pour des caractéristiques dimensionnelles globales similaires (même longueur totale de rampe, de conduite secondaire, même NGT), les dispositions géométriques du réseau constituent un autre paramètre de dimensionnement et d'optimisation qui influence la performance de distribution. La structure représentée par le cas 3+ est la plus performante, elle exige relativement moins d'énergie de pompage :  $-2,7\%$  par rapport au cas 3,  $-6,8\%$  par rapport au cas 2 et  $-8,1\%$  par rapport au cas 1. Dans ces cas, on peut conclure que la structure du réseau représentée par le cas 3+ est la structure optimale ce qui revient à favoriser les structures de longueur  $L_r$  réduites, produisant moins de pertes de charge et augmentant l'uniformité.

#### 4 – CONCLUSION

Le modèle RK pour le cas d'une rampe et le modèle RS pour le cas d'un réseau, proposés sont basés sur une analyse théorique approfondie et générale par conséquent leur domaine d'application est large, en l'occurrence à tout type de goutteur, de dimensions des conduites et de structure géométrique du réseau. Ils sont très utiles pour la détermination des dimensions et des structures géométriques optimales des réseaux de micro-irrigation, en ce sens ils constituent en perspective un moyen d'aide à la décision. En utilisant la méthode numérique Runge-Kutta, le modèle développé pour simuler le fonctionnement hydraulique d'une rampe de ml aboutit aux mêmes résultats obtenus par des modèles qui utilisent la méthode des éléments finis. Le modèle est simple, précis et rapide.



## SYMBOLES

- $A$  : Section droite de la rampe ( $m^2$ )  
 $a$  : Coefficient de perte de charge  
 $A_s$  : Section droite de la conduite ( $m^2$ )  
 $C$  : Coefficient de rugosité de Hazen-William  
 $C_{UG}$  : Coefficient global d'uniformité (%)  
 $C_{uH}$  : Coefficient d'uniformité de pression (%)  
 $C_{uq}$  : Coefficient d'uniformité de débit (%)  
 $C_{vH}$  : Coefficient de variation de pression (%)  
 $C_{vf}$  : Coefficient de variation de fabrication du goutteur (%)  
 $C_{vq}$  : Coefficient de variation de débit (%)  
 $CVM$  : Méthode de volume de contrôle (Control volume method)  
 $D_r$  : Diamètre intérieur de la rampe (m)  
 $D_s$  : Diamètre intérieur de la conduite secondaire (m)  
 $dx$  : Élément infiniment petit de la rampe (m)  
 $E_{rH}$  : Erreur relative à la pression (%)  
 $E_{rv}$  : Erreur relative à la vitesse (%)  
 $E_x$  : Énergie totale de l'eau dans la rampe au point  $x$  (m)  
 $E_{x+dx}$  : Énergie totale de l'eau dans la rampe au point  $x + dx$  (m)  
 $FEM$  : Méthode des éléments finis (Finite element method)  
 $g$  : Accélération de pesanteur ( $m/s^2$ )  
 $ha$  : Hectare  
 $H = H_x$  : Charge piezométrique (m)  
 $h_f$  : Perte de charge linéaire sur l'élément  $dx$  (m)  
 $h$  : Énergie de pression de l'eau (m)  
 $H_{max}$  : Pression en amont de la rampe (m)  
 $H_{min}$  : Pression en aval de la rampe (m)  
 $H_{var}$  : Variation absolue de la pression sur la rampe (%)  
 $H_T$  : Pression totale du réseau (m)  
 $H_{moy}$  : Pression moyenne sur la rampe (m)  
 $K$  : Coefficient de proportionnalité dans l'équation de Hazen-William  
 $L_r$  : Longueur de la rampe (m)  
 $L_s$  : Longueur de la conduite secondaire (m)  
 $m$  : Exposant du débit lié au régime d'écoulement de l'eau dans la rampe de ml

- NG : Nombre de goutteurs sur la rampe de ml  
 NR : Nombre de rampes dans le réseau de ml  
 NGT : Nombre total de goutteurs du réseau de ml  
 $Q_{max} = Q_{rmax}$  : Débit total dans la rampe ( $m^3/s$ )  
 $Q_r$  : Débit variable le long de la rampe ( $m^3/s$ )  
 $Q_s$  : débit variable le long de la conduite secondaire ( $m^3/s$ )  
 $q_e$  : Débit du goutteur ( $m^3/s$  ; en l/h)  
 $q_{max}$  : Débit du premier goutteur à l'amont de la rampe (l/h)  
 $q_{min}$  : Débit du dernier goutteur à l'aval de la rampe (l/h)  
 $q_{moy}$  : Débit moyen du goutteur (l/h)  
 $q_{var}$  : Variation absolue du débit (%)  
 $Q_{smax}$  : Débit en tête de la conduite secondaire ( $m^3/s$ )  
 $Q_{smin}$  : Débit à l'extrémité aval de la conduite secondaire ( $m^3/s$ )  
 $Q_{moy} = Q_T$  : Débit total du réseau ( $m^3/s$ )  
 $Q_x$  : Débit à l'abscisse x ( $m^3/s$ )  
 $Q_{x+dx}$  : Débit à l'abscisse x + dx ( $m^3/s$ )  
 $R_e$  : Nombre de Reynolds  
 RK : Runge-Kutta  
 RS : nom du modèle appliqué au réseau  
 T : angle que fait la tangente de la courbe du débit ou de la pression avec l'horizontale  
 $V_x$  : Vitesse au point x (m/s)  
 $V_{max}$  : Vitesse en tête de rampe (m/s)  
 $V_{smax}$  : Vitesse en tête de la conduite secondaire (m/s)  
 x : Point de coordonnée quelconque sur l'axe de la longueur de la rampe  
 y : Exposant de l'équation du goutteur lié au régime d'écoulement  
 z : Énergie de position de l'eau (m)  
 $\alpha$  : Coefficient dimensionnel du goutteur  
 $\Delta x = (\Delta x)_r$  : Écartement entre deux goutteurs successifs (m)  
 $(\Delta x)_s$  : Écartement entre les rampes (m)  
 $\nu$  : Coefficient de viscosité cinématique ( $m^2/s$ )  
 $\varepsilon$  : Critère de convergence (%)

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BRALTS V.F., EDWARDS D.M., WU I.P., 1987. Drip irrigation design and evaluation based on the statistical uniformity concept. *Academic Press inc. Advances in irrigation*, vol. 4 pp. 67-117.
- BRALTS V.F., EDWARDS D.M., 1986. Field evaluation of drip irrigation submain units. *Trans. ASAE*, 29(6):1659-1664.
- BRALTS V.F., KELLY S.F., SHAYYA W.H., SEGERLIND L.J., 1993. Finite elements analysis of micro-irrigation hydraulics using virtual emitter system. *Trans. ASAE* 36(3):717-725.
- CARLIER M., 1980. *Hydraulique générale et appliquée*. [ed.] Eyrolles. pp. 158-269.
- CHRISTIANSEN J.E., 1942. Hydraulics of sprinkling systems of micro-irrigation. *Trans. ASCE* 107:221-239.
- GUERRISH P.J., BRALTS V.F., SHAYYA W.H., 1996. An improved analysis of micro-irrigation hydraulics using a virtual emitter system. *Trans. ASAE* 39(4):1403-1410.
- KANG Y., NISHIYAMA S., 1994. Finite element method analysis of micro-irrigation system pressure distribution. *Trans. JSIDRE*, feb. pp. 19-26.
- KELLER J., KARMELI D., 1974. Trickle irrigation design parameters. *Trans. ASAE* 17(4):678-684.
- MOKHTAR R.H., BRALTS V.F., SHAYYA W.H., 1991. A finite element model for analysis and optimization of pipe networks. *Trans. ASAE* 34(2):393-402.
- SOLOMON K.H., DEDRICK A.R., 1995. Standards developments for micro-irrigation. Center for irrigation technology (CIT). <http://www.CIT-Stand.Htm>.
- THEODOR R., 1989. Initiation à l'analyse numérique. CNAN, cours A [ed.] Masson, Paris. [http://www.Chronomath.lrem.univ-mrs.fr/petite\\_chronologie\\_des\\_mathematiques](http://www.Chronomath.lrem.univ-mrs.fr/petite_chronologie_des_mathematiques).
- VERMEIREN L., JOBLING G.A., 1983. L'irrigation localisée : calcul, mise en place, exploitation, contrôle du fonctionnement. *Bull. FAO d'irrig. drain.* n° 36, 219 P.
- WU I.P., GITLIN H.M., 1974. Drip irrigation based on uniformity. *Trans. ASAE* 3/429-432.
- WU I.P., YUE R., 1993. Drip lateral design using energy gradient line approach. *Trans. ASAE* 36(2):389-394.
- WU I.P., GITLIN H.M., 1975. Energy gradient line for drip irrigation laterals. *Trans. ASCE* 101(4): 323-326.
- ZELLA L., DANG N.X., 1998. Calcul hydraulique d'un réseau de micro-irrigation. *Revue Edil Infeau*, n° 17, éd. *Engineering Environmental Consult* (EEC), pp. 11-15.
- ZELLA L., KETTAB A., 2001. Critères de dimensionnement d'une rampe de micro-irrigation. *Revue La Houille Blanche*, n° 6/7, pp. 130-135.
- ZELLA L., 2000. Dimensionnement d'une rampe de micro-irrigation à débit constant. *Revue La Houille Blanche*, n° 7/8, pp. 139-143.
- ZELLA L., KETTAB A., CHASSERIAUX G., 2003. Simulation hydraulique d'une rampe de micro-irrigation par la méthode dite des volumes de contrôle. *Revue Agronomie*, vol. 23, n° 1, pp. 37-44.